

**DIFERENTES MÉTODOS DE
CUBAGEM DE MADEIRA:
SABERES MATEMÁTICOS
MOBILIZADOS COM
ESTUDANTES DE UMA
LICENCIATURA EM
EDUCAÇÃO DO CAMPO**

**DIFFERENT WOODEN CUBING
METHODS: MATHEMATICAL
KNOWLEDGE MOBILIZED
WITH STUDENTS OF A
DEGREE IN FIELD EDUCATION**

Josiel Ribeiro dos Santos

Mestrando em Educação em Ciência e Matemática/UNIFESSPA. Universidade Federal do Sul e Sudeste Paraense. ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-1809-7017>. E-mail: jr.1787@hotmail.com

Sávio Bicho

Pós-Doutorado pela Universidade Estadual Paulista (Unesp). Doutor em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT-Reamec). ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7616-6961>. E-mail: jsbicho@unifesspa.edu.br

Resumo: Este artigo tem o interesse em relatar sobre a mobilização de diferentes métodos de cubagem de madeira com estudantes de uma turma de Licenciatura em Educação do Campo. Desse modo, discorreremos sobre uma experiência de Etnomatemática na formação de professores do campo com o tema “Saberes Mobilizados na Cubagem de Madeira”, na qual apresentamos modelos matemáticos utilizados para cubagem de toras utilizando os métodos de Huber, Smalian e Newton, o método xilômetro e um método que investigamos em uma serraria da região sudeste paraense, no município de Goianésia do Pará. Com a experiência vivenciada destacamos a importância de ensinar conhecimentos matemáticos relacionados aos contextos e práticas locais, propiciando aos estudantes o envolvimento das atividades propostas e na aprendizagem de novos conhecimentos.

Palavras-chave: Etnomatemática. Modelagem Matemática. Cubagem de madeira.

Abstract: This article is interested in reporting about the mobilisation of different wood cubing methods with students from a degree in rural education class. Thus, we discuss an ethnomathematics experience in the training of rural teachers with the theme “Knowledge Mobilised in Wood Cubing,” in which we present mathematical models used for log cubing using the methods of Huber, Smalian, and Newton; the xylometer method; and a method that we investigated in a sawmill in the southeast region of Pará, in the municipality of Goianésia do Pará. With our experience, we highlight the importance of teaching mathematical knowledge related to contexts and local practices, enabling students to get involved in the proposed activities and learn new knowledge.

Keywords: Ethnomathematics. Mathematical Modeling. wood cubing.

INTRODUÇÃO

Este trabalho discute uma ação pedagógica que mobilizou a Etnomatemática na prática de cubar madeira como contribuição para o ato pedagógico em uma turma de Licenciatura em Educação do Campo. Buscamos compreender os saberes matemáticos envolvidos nessa prática ao promover um diálogo entre a educação formal e os conhecimentos cotidianos de um grupo. Nesse sentido, conforme D'Ambrosio¹, a Etnomatemática propõe uma abordagem que torna a matemática um saber vivo, ancorado em situações reais e, por meio da crítica, capaz de questionar e ressignificar práticas no tempo e no espaço.

Nesse contexto, adotamos a cubagem de madeira como abordagem para o ensino da matemática, utilizando matérias-primas comuns ao meio rural, como a madeira, frequentemente comercializada pelos habitantes da região, além de técnicas e saberes específicos do mercado madeireiro.

As atividades relatadas neste estudo foram organizadas em uma oficina realizada durante a disciplina de Etnomatemática no curso de Licenciatura em Educação do Campo. A disciplina foi ministrada de forma intensiva entre os dias 24 de janeiro e 2 de fevereiro de 2024, contando com a participação de seis alunos, moradores de comunidades camponesas e quilombolas.

A ação pedagógica foi conduzida após discussões teóricas introdutórias sobre os conceitos e perspectivas da Etnomatemática. Embora a cubagem de madeira não fizesse parte das práticas cotidianas dos estudantes ou de suas famílias, eles participaram ativamente da atividade e compreenderam sua relevância no contexto do campo.

Como registro dessa experiência, estruturamos este texto em quatro seções. Na primeira, discutimos as relações entre Etnomatemática e Modelagem Matemática, com base em referenciais teóricos que exploram a articulação entre saberes

¹ D'AMBROSIO, Ubiratan. Etnomatemática: uma proposta pedagógica para a civilização em mudança. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, n. Especial, p. 97-108, 2021, p.108.

<https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/download/49180/48951/198839#:~:text=A%20propost a%20pedag%C3%B3gica%20da%20etnomatem%C3%A1tica,culturais%20e%20praticamos%20din%C3%A2mica%20cultural>. Acesso em: 15 fev. 2024.

matemáticos de diferentes contextos culturais e sua sistematização em práticas educativas. Na segunda, apresentamos a experiência desenvolvida com os estudantes, destacando suas estratégias para cortar um tronco de madeira. Na terceira, descrevemos os instrumentos e métodos utilizados. Por fim, concluímos com reflexões sobre os resultados obtidos e as contribuições desta experiência para o ensino da matemática.

ENTRELANCES ENTRE A ETNOMATEMÁTICA E A MODELAGEM MATEMÁTICA

A adoção de abordagens inovadoras de ensino, que consigam engajar os alunos, tem se mostrado uma solução eficaz para aprimorar a aprendizagem em todas as etapas educacionais. Nesse contexto, a Etnomatemática tem sido utilizada como uma alternativa para integrar os conhecimentos que os alunos carregam de suas experiências de vida, servindo como um recurso que estimula o pensamento crítico na resolução de problemas.

Nesse contexto, Ferreira² nos instiga a refletir sobre a incorporação do conhecimento étnico no ambiente escolar. Em suas investigações, ele sugere uma maneira de utilizar a etnomatemática como uma prática pedagógica, baseada na Modelagem Matemática, que envolve um conjunto de técnicas e estratégias capazes de direcionar o ensino e facilitar o processo de aprendizado.

Martins e Caldeira³ também trazem o questionamento de como inserir a etnomatemática na sala de aula, para os autores a Etnomatemática investiga os saberes e práticas de grupos, comunidades e povos enquanto a Modelagem Matemática é o caminho para inserção desses saberes na sala de aula, dando-lhes visibilidade por meio de um caminho de normalização e viabiliza o acesso a outros conhecimentos.

² FERREIRA, Eduardo Sebastiani. Por uma teoria da Etnomatemática. *Bolema*, Rio Claro – SP, v. 6, n. 7, 1991.

³ MARTINS, Rafael Bida Guabiraba. CALDEIRA, Ademir Donizeti. ETNOMATEMÁTICA E MODELAGEM: DA LINGUAGEM À INSURREIÇÃO DOS SABERES. *ReDiPE: Revista Diálogos e Perspectivas em Educação*, Marabá-PA, v. 4, n. 2, p. 33-43, jul.-dez. 2022, p.34.

Esse entrelace entre a Etnomatemática e Modelagem Matemática também vem sendo abordado por Rosa e Orey⁴, os autores consideram que a Etnomatemática é uma releitura da história e da contemporaneidade, que se atenta aos fatos e práticas marginalizadas e não se limita ao desenvolvimento da matemática, mas, se amplia para o campo do entendimento de “como fazer” matemática. Assim, o saber/fazer matemático de uma comunidade, que é utilizado constantemente e é capaz de resolver situações-problemas, tem, para o grupo, o valor dado pela ciência a Matemática escolar. Similarmente, a Modelagem Matemática é um sistema matemático capaz de resolver situações problemas do cotidiano, e que “neste processo, ambos, a matemática convencional e o sistema de pensamento matemático de um determinado grupo cultural, podem ser utilizados⁵”.

Dessa forma, “a etnomatemática pode ser caracterizada como uma forma de entendimento do pensamento matemático de diferentes grupos culturais⁶”, que visa compreender as práticas matemáticas utilizadas por grupos culturais e entender os saberes do cotidiano surgidos a partir de suas experiências. A Modelagem Matemática utiliza desses saberes para determinar uma semelhança das práticas sociais com um sistema matemático capaz de resolver problemas. Assim, “o Programa Etnomatemática propicia o fortalecimento das raízes culturais presentes nestes grupos enquanto as técnicas da modelagem matemática proporcionam a contextualização da Matemática acadêmica⁷”.

Para Rosa e Orey⁸, a Etnomatemática tem uma relação próxima com a Modelagem Matemática por possibilitar tratar de situações matemáticas do cotidiano, viabilizando oportunidade para conhecer, entender, interagir e manejar com as

⁴ ROSA, Milton. OREY, Daniel C. Vinho e Queijo: Etnomatemática e Modelagem. *Bolema*, Rio Claro – SP, v. 16, n. 20, set. 2003. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10541>. Acesso em: 12 fev. 2024.

⁵ ROSA; OREY, 2003, p.1

⁶ ROSA, Milton.; OREY, Daniel C. Alho e Sal: Etnomatemática com Modelagem! *Perspectivas da Educação Matemática*, Campo Grande, MS, v. 2, n. 4, v. 3 n. 5, p. 149-162, jul./dez. 2009 - jan./jun. 2010, p.1. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/download/2778/2109>. Acesso em: 12 fev. 2024.

⁷ ROSA; OREY, 2003, p.3.

⁸ ROSA; OREY, 2003.

práticas matemáticas desenvolvidas e utilizadas pelos membros de comunidades específicas.

O trabalhar com o Programa Etnomatemática, a modelagem matemática está sempre presente, pois os recursos utilizados pela modelagem, que são as noções conceituais e as técnicas matemáticas, estão presentes na resolução dos problemas que se encontram no currículo da matemática tradicional⁹.

Destarte, a modelagem matemática pode mobilizar saberes que já possuem sentido em determinada cultura, articulando a etnomatemática à Matemática formal. Nesse sentido, ao mobilizar saberes de um contexto específico, a modelagem pode possibilitar que a Etnomatemática contribua para o desenvolvimento de um pensamento crítico dos estudantes, por exemplo, a possibilidade da investigação do saber-fazer, aplicado a modelagem matemática, revelar injustiças socioeconômicas¹⁰.

Rosa¹¹, em sua pesquisa direcionada ao PROEJA e as potencialidades do uso de atividades utilizando como referência teórica os pressupostos de uma tendência didática baseada nos princípios da Etnomatemática e da Modelagem Matemática concluiu que “a etnomatemática em conjunto com a modelagem matemática contribui para o aprendizado da Matemática Crítica¹²”.

Em relação ao ensino aprendizagem, Rosa e Orey¹³ considera o ensino tradicional de Matemática como um método de transmissão de conhecimento de forma descontextualizada, tediosa e desinteressante e, para superar esse estigma, sugere a modelagem matemática como um método que mobiliza a etnomatemática como ação pedagógica, modelando saberes próprios dos grupos culturais.

⁹ ROSA; OREY, 2003, p.6.

¹⁰ ROSA; OREY, 2003.

¹¹ ROSA, Heitor Achilles Dutra da. Etnomatemática e Modelagem Matemática no Ensino de Matemática para o PROEJA. *In: ESCOLA DE INVERNO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 3., 2012. ENCONTRO NACIONAL PIB-MATEMÁTICA, 1., 2012. *Anais [...]*. Disponível em: http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/Anais/arquivos/CC/CC_Achilles_Heitor.pdf. Acesso em: 12 fev. 2024.

¹² ROSA, 2012, p.2.

¹³ ROSA; OREY, 2010.

Nessa perspectiva, Biembengut¹⁴ também traz em suas pesquisas dados que correlacionam a Etnomatemática com o Modelagem Matemática, considerando que a primeira está relacionada conhecer entender e explicar o saber fazer de grupos, comunidades e pessoas e a segunda diz que Etnomatemática está relacionada à elaboração ou criação de um modelo que da forma aos pensamentos matemáticos mobilizados nas suas atividades práticas.

Em vista disso, Biembengut¹⁵ aborda a Etnomatemática e Modelagem Matemática como duas perspectivas da Educação Matemática e aponta como utilizá-las conjuntamente na educação formal. Para ela, a modelagem está relacionada com a imaginação humana e sua capacidade de criar novas representações e essa criatividade se origina do contato do homem com o mundo. Desse modo, a Modelagem Matemática cria modelos para satisfazer uma necessidade humana e a Etnomatemática utiliza desses modelos para analisar, entender, explicar ações produzidas em ambientes culturais.

Por esses termos, considera-se que tanto a Modelagem Matemática, quanto a Etnomatemática, como métodos de ensino e pesquisa no contexto escolar, permitem oportunizar ao estudante aprender a arte de modelar, matematicamente, bem como, a arte de explicar as práticas matemáticas de culturas sociais¹⁶.

Portanto, a Etnomatemática e a modelagem matemática podem se aliar e assim, possibilitar aos estudantes uma aprendizagem significativa ao propiciar a oportunidade de aprender pela experiência, estimulando no estudante o do desenvolvimento de valores morais e compreensão do ambiente que o cerca.

Na perspectiva de Santos e Sachs¹⁷, a Etnomatemática e a modelagem matemática apresentam semelhanças e diferenças. As semelhanças evidenciadas

¹⁴ BIEMBENGUT, Maria Salett. *Perspectivas Metodológicas em Educação Matemática: Um Caminho pela Modelagem e Etnomatemática*. Caderno pedagógico, Lajeado, v. 9, n. 1, p. 27-38, 2012.

Disponível em:

http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/deb_nre/modelagem_e_etnomatematica.pdf. Acesso em: 31 jan. 2024.

¹⁵ BIEMBENGUT, 2012.

¹⁶ BIEMBENGUT, 2012, p.7.

¹⁷ SANTOS, Raphael Peres Correia dos. SACHS, Linya. Etnomatemática E Modelagem Matemática: Uma Busca Por Relações. *In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*. 13., 2016, São Paulo. Anais [...]. São Paulo, 2016. p. 1-10. Disponível em: http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/5330_2941_ID.pdf Acesso em: 12 fev. 2024.

começam pela relação delas com os aspectos sociais e similaridades nos conteúdos abordados. Já as diferenças se mostram inicialmente na conceitualização e na forma de olhar para o social, pois a Etnomatemática olha o contexto, enquanto a modelagem olha o papel social da matemática.

Contudo, apesar de diferenças evidenciadas, “ambas tratam da matemática, cada uma com seu olhar, cada uma com suas características, porém ambas têm o mesmo objeto de estudo¹⁸”.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A determinação do volume lenhoso da árvore é chamada de cubagem, que é o “processo de determinar o volume de uma árvore abatida¹⁹”. A unidade de medida no Sistema Internacional (SI) para a determinação do volume é expressa em metro cúbico (m^3). Para realizar a cubagem da madeira na serraria costuma ser utilizados instrumentos como a trena (de bolso e longa) e a calculadora, e para auxiliar nesse processo utiliza-se a prancheta, folha de papel, caneta e giz.

Neste trabalho apresentamos alguns modelos matemáticos para realizar a cubagem da madeira, são estes: o método Huber, o método Smalian, o método Newton, o método xilômetro e um modelo apresentado por um trabalhador de uma serraria.

O método de **Huber** consiste em utilizar a área do círculo com diâmetro medido na metade do tronco e multiplicar pelo tamanho deste, representado na equação 1, a seguir.

$$V = A_{\frac{1}{2}} * L \tag{1}$$

Onde: V = volume; $A_{\frac{1}{2}}$ = área do círculo com diâmetro medido ao meio do tronco;
 L = tamanho do tronco.

¹⁸ Santos e Sachs, 2016, p.8

¹⁹ COUTO, Hilton Thadeu Z. do. BATISTA, João Luís Ferreira. RODRIGUES, Luiz Carlos E. Mensuração e Gerenciamento de Pequenas Florestas. *Documentos Florestais*. Piracicaba, v. 5, p. 1-37, nov.1989, p.8. Disponível em: <https://www.ipef.br/publicacoes/acervohistoricoexterno/DocumentosFlorestaisNumero5.pdf>. Acesso em: 8 fev. 2024.

O método **Smalian** considera o diâmetro das duas bases do tronco para o cálculo da área do círculo, obtém a média das áreas e multiplica o resultado pelo tamanho do tronco, representado na equação 2, a seguir.

$$V = \frac{A_1 + a_2}{2} * L \quad (2)$$

Onde: **V** = volume; **A₁** e **a₂** = área do círculo maior e menor, respectivamente; **L** = tamanho do tronco.

O método **Newton** utiliza uma média das áreas dos círculos das duas bases e do círculo na metade do tronco e multiplica essa média pelo tamanho do tronco, representado na equação 3, a seguir.

$$V = \frac{A_1 + 4 * A_{\frac{1}{2}} + a_2}{6} * L \quad (3)$$

Onde: **V** = volume; **A₁**, **A_{1/2}** e **a₂** = área do círculo na base maior, na metade do tronco e na base menor, respectivamente; **L** = tamanho do tronco.

O **xilômetro** é o cálculo do volume através de técnica de deslocamento de água, este método consiste em imergir o tronco em um recipiente com água e observar o deslocamento de volume ocorrido. Neste método utiliza-se o cálculo do volume do cilindro para saber o volume do tronco, representado na equação 4, a seguir.

$$V = \pi r^2 * h \quad (4)$$

Onde **h** representa a diferença entre a altura da água no recipiente de antes e depois da imersão do tronco.

O método da **serraria** utiliza o diâmetro da circunferência a metade do tronco subtraído de 10 (referente ao desconto da casca), dividindo o resultado por 4 e depois elevando ao quadrado, por último multiplica o valor encontrado pelo tamanho do tronco, representado na equação 5, a seguir.

$$V = \left(\frac{Cs - 10}{4} \right)^2 * h \quad (5)$$

Onde: **V** = Volume; **Cs** = Circunferência Seccional ao meio da tora; **h** = Tamanho do tronco.

A dinâmica teve início com a apresentação dos instrumentos de medição e dos materiais a serem utilizados, troncos e recipiente com água, como visto na figura 1.

Figura 1: Instrumentos



Fonte: Autores

Nessa etapa, o problema apresentado aos estudantes consistiu em responder o seguinte problema: *como cubar um tronco utilizando os modelos matemáticos de Huber, Smalian, Newton e Xilômetro?* Cada método foi apresentado aos estudantes, que logo perceberam que a primeira etapa para calcular o volume do tronco seria obter seu comprimento e diâmetro, para isso os estudantes escolheram um dos troncos disponíveis, pegaram as trenas e a primeira descoberta foi qual trena deveria ser utilizada para medir a circunferência do troco. Verificaram que a trena de bolso, por ser mais inflexível, é eficaz para medir o comprimento do troco enquanto a trena longa, por ser totalmente flexível, é eficaz para obter o diâmetro.

Para determinar volume do tronco com o método Huber foi necessário que os estudantes discutissem como determinar a área de um círculo, mostrando-se o primeiro desafio. Após algumas tentativas e com sugestões dos professores, chegaram a fórmula matemática $A = \pi * r^2$, nesse caminho foi possível provocar discussões sobre o que é o diâmetro, o que é o raio e principalmente sobre a relação entre o diâmetro e a circunferência.

Figura 2: Estudantes realizando a medição da circunferência (2A) e o diâmetro (2B).



Fonte: Autores

Na figura 2A e 2B podemos ver os estudantes medindo a circunferência e o diâmetro de uma das bases do tronco e novamente, após conversas e tentativas, perceberam que a circunferência encontrada dividida pelo diâmetro se aproxima do valor de π , chegando à relação $\frac{\text{Circunferência}}{\text{Diâmetro}} = \pi$, podemos observar na figura 3.

Figura 3: Descobrimo a relação entre a circunferência e o diâmetro e determinando o valor do diâmetro ao meio do tronco.

Handwritten work on a whiteboard:

$55,2$ circunferência
 $16,5$ diâmetro - $55,2 \div 16,5 = 3,34$

$C \div D = \pi$ $\frac{C}{D} = \pi$ $C = \pi \cdot D$
 $D = C \cdot \pi$ $\frac{C}{\pi} = D$
 $D = 55$ $D = \frac{55,2}{3,14} = 17,57$

Two green arrows point from the work to two text boxes:

- The top arrow points to a box containing: "Determinando a relação entre a circunferência e o diâmetro."
- The bottom arrow points to a box containing: "Determinando o diâmetro."

Fonte: Autores

Ainda, podemos observar na figura 3 que os estudantes reorganizaram a igualdade $\frac{\text{Circunferência}}{\text{Diâmetro}} = \pi$, isolando o diâmetro e percebendo o modelo matemático para poder encontrar o raio, $\frac{\text{Circunferência}}{\pi} = \text{Raio}$, tal necessidade surgiu devido o método Huber necessitar da área do círculo ao meio do tronco. Podemos observar na figura 4 os estudantes obtendo a medida da circunferência para calcular o raio.

Figura 4: Determinando o meio do tronco (4A) e sua circunferência neste ponto 4(B)



Fonte: Autores

Assim foi possível retornar a área do círculo. Em situações semelhantes a essa “os alunos têm a possibilidade de estabelecer relações entre à situação matemática com o problema real, podendo compreender melhor a aplicação de um modelo matemático²⁰”.

A investigação levou ao diálogo sobre a forma das bases do tronco, sua circunferência e seu diâmetro, concluindo nesse momento que o tronco tem uma base

²⁰ OLIVEIRA, Emerson da Silva. CARVALHO, Túlio Oliveira de. Modelagem Matemática como Ferramenta para Ensinar Geometria no Ensino Médio. In: *CADERNOS, P. D. E. Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE*. 2013, p.5. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_uel_mat_artigo_emerson_da_silva_oliveira.pdf. Acesso em: 3 fev. 2024.

irregular, logo seu diâmetro também é irregular e o tronco não é um cilindro de fato. Na sequência, os estudantes utilizando o método Huber, continuaram o cálculo do volume do tronco, como mostra a figura 5.

Figura 5: Cálculo do volume do tronco pelo método Huber.

The image shows a student's handwritten work on a piece of paper, with four sections of work highlighted by brackets and arrows pointing to labels on the right:

- Dados Coletados com as trenas.** (Data collected with tapes): Height = 36 cm, Circumference = 55,2 cm.
- Determinando o diâmetro.** (Determining the diameter): $C = \pi \cdot D$, $D = \frac{C}{\pi} = \frac{55,2}{3,14} = 17,57$
- Determinando a área do círculo.** (Determining the area of the circle): $A = \pi \cdot R^2$, $A = 3,14 \cdot 8,79^2$, $A = 314,77,26$, $A = 242,60 \text{ cm}^2$
- Calculando o volume do tronco.** (Calculating the volume of the trunk): $V = A \cdot \frac{L}{2}$, $V = 242,60 \cdot 36$, $V = 8733,93 \text{ cm}^3$

Fonte: Autores

Semelhantemente, foram mobilizados conhecimentos para medir, inferir, reestruturar, estabelecer estratégias, confrontar, executar e constatar. Então, percebe-se que o dizer “é necessário trazer a matemática para a realidade” também está vinculado ao tornar visível ao aluno que aquela matemática tem uma aplicação no cotidiano de um determinado grupo, e que este grupo a transmite de forma indireta pelas suas ações na sociedade, “essa afirmação se tornou algo natural e inquestionável na área da educação Matemática²¹”.

O exercício de calcular o volume do tronco mostrou se eficaz em ao trazer à tona objetos de conhecimentos próprios da Matemática escolar para resolução de problemas do cotidiano de uma comunidade e “é preciso dar significado aos conteúdos matemáticos para suscitar o interesse dos alunos por aprender²²”.

²¹ KNIJNIK, Gelsa; WANDERER, Fernanda; GIONGO, Ieda M.; DUARTE, Claudia G. *Etnomatemática em movimento*. Grupo Autêntica, 2019, p.72. E-book. ISBN 9788551306505. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788551306505/>. Acesso em: 4 fev. 2024.

²² KNIJNIK et al. 2019, p. 66.

Dando sequência, os estudantes iniciaram a cubagem do tronco utilizando o método de Smalian e Newton, e já munidos das estratégias para obtenção dos dados partiram para a execução. Logo de início, perceberam que poderiam utilizar a medida do diâmetro das bases para determinar o raio de cada uma. Para estimular o raciocínio e a criatividade, foi levantada a problemática de como tornar o diâmetro, e consequentemente o raio, mais preciso, considerando que a base do troco não é uma circunferência perfeita.

Figura 6: Cálculo do volume do tronco pelo método Smalian (6A) e Newton (6B).

The image shows two columns of handwritten calculations. The left column, labeled '6A', is titled 'Cubagem pelo método Smalian' and shows the calculation of the average diameter and area to find the volume. The right column, labeled '6B', is titled 'Cubagem pelo método de Newton' and shows the application of Newton's formula for the volume of a frustum.

6A (Método de Smalian):

$$D = \frac{16,5 + 16}{2} = \frac{32,5}{2} = 16,25$$

$$R = \frac{16,25}{2} = 8,125$$

$$A = \pi \cdot R^2 = 3,14 \cdot 8,125^2 = 3,14 \cdot 66,015625 = 207,52$$

$$V = \frac{A_1 + A_2 + A_3}{3} \cdot L = \frac{207,52 + 970,14 + 188,59}{3} \cdot 36 = 8599 \text{ cm}^3$$

6B (Método de Newton):

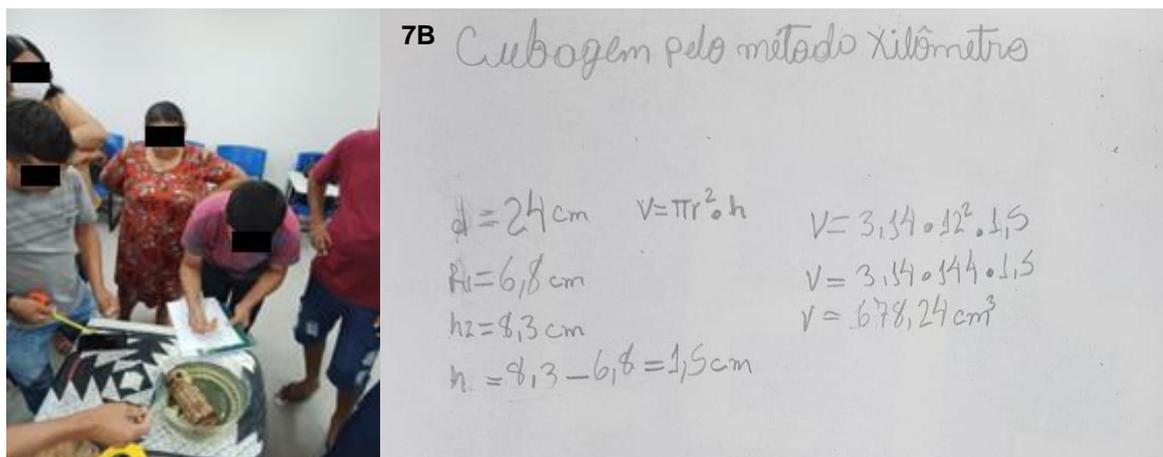
$$V = \frac{A_1 + 4A_2 + A_3}{6} \cdot L = \frac{207,52 + 4 \cdot 242,60 + 188,59}{6} \cdot 36 = 8599 \text{ cm}^3$$

Fonte: Autores

O próximo método que os estudantes utilizaram foi o xilômetro, e para essa atividade foi utilizado um tronco com dimensões menores, o que impossibilitou que os estudantes fizessem a comparação entre os outros três com este último. Para coletar os dados utilizou-se um recipiente cilíndrico com água e trena, como podemos acompanhar na figura 7.

Figura 7: Medindo o volume de água no recipiente (7A) e calculando o volume do tronco pelo xilômetro (7B).

7A



Fonte: Autores

Neste momento, os estudantes já estavam independentes para buscar estratégias, fazendo suas escolhas e tentativas para determinar os dados necessários e o modelo matemático já não os intimidavam mais, o volume foi determinado rapidamente. Retomando a discussão sobre a importância da utilização de estratégias que tornem o aprendizado significativo é possível, agora, acrescentar que a utilização do método de ensino modelagem matemática associado com uma ação pedagógica na perspectiva da Etnomatemática possibilita o aumento da autoconfiança dos estudantes, incentivando-os a buscar suas próprias formas de resolver os problemas apresentados.

MÉTODO DE CUBAGEM DE MADEIRA DA SERRARIA

Para relacionar todos os métodos observados anteriormente com o que acontece no processo de cubagem de madeira em uma serraria, foi apresentado um vídeo feito em uma serraria do município de Goianésia do Pará mostrando o passo a passo da cubagem da madeira naquele espaço, no vídeo o trabalhador que pratica a ação deubar é motivado a demonstrar o passo a passo de como é feito a cubagem de uma tora.

O processo de cubagem foi descrito pelo trabalhador da seguinte forma:

Ela deu 145, aí desconta os 10 cm da espessura que no caso seria a casca, ela vai para 135. Como 135 não dá pra dividir por 4, ela vai baixar para 134... Sempre tem que ser pá para menos. Vamos pegar o 134 e vai dividir pra 4, vai dar 33, como 33 não tem como multiplicar, a gente vai diminuir a vírgula,

então seria só o 33 exato, multiplica por 33 novamente, aí depois você multiplica pelo comprimento, que seria 7 m. Então, essa tora tem o volume de 762 cm. (trabalhador da serraria, 2024)

Olhando pelo ponto de vista da Matemática escolar, foram acrescentados à fala do trabalhador os dados que não estavam explícitos e a partir dessa forma de realizar a cubagem, os estudantes desenvolveram um modelo matemático que represente a forma utilizada naquela serraria, chegando ao modelo:

$$V = \left(\frac{C_s - 10}{4} \right)^2 * h$$

Com o modelo pronto aplicaram os dados coletados anteriormente, chegando ao resultado mostrado abaixo, na figura 8.

Figura 8: Cálculo do volume do tronco pelo modelo utilizado na serraria.

$$\begin{aligned}
 V &= \left(\frac{C_s - 10}{4} \right)^2 \cdot h \\
 V &= \left(\frac{54 - 10}{4} \right)^2 \cdot 36 \\
 V &= \left(\frac{44}{4} \right)^2 \cdot 36 \\
 V &= 11^2 \cdot 36 \\
 V &= 121 \cdot 36 \\
 V &= 4356 \text{ cm}^3
 \end{aligned}$$

Fonte: Autores

A partir do resultado, notou-se uma diferença considerável entre este resultado e os anteriores. Com isso, iniciou-se uma discussão sobre os fatos que causaram essa diferença, ressaltando que foram deduzidos 10 cm do diâmetro do tronco neste método, diferente do primeiro método. O método utilizado na serraria é repleto de detalhes específicos desta comunidade, o que abre este campo para futuras investigações.

Ao retomar a ideia dos outros métodos já apresentados, verificou-se que é provável que os resultados seriam mais próximos se for considerado aplicar a sugestão do trabalhador da serraria em subtrair 10 cm do diâmetro do tronco àqueles métodos, ou também o contrário, em não o subtrair no modelo matemático atribuído a forma de calcular na serraria.

Decidimos fazer os cálculos para determinar o volume do tronco considerando a subtração da casca, 10 cm, em todos os métodos e posteriormente consideramos também a não subtração e obtivemos os seguintes volumes:

Tabela 1: Subtraindo 10cm, relativo à casca, em todos os métodos.

Método	Huber	Smalian	Newton	Serraria
Volume	5.860,08	4.797	5.505,84	4.356

Fonte: Autores

Tabela 2: Não subtraindo 10cm, relativo à casca, em todos os métodos.

Método	Huber	Smalian	Newton	Serraria
Volume	8.733,93	7.130,16	8.199	6.084

Fonte: Autores

Após os cálculos, podemos verificar que há uma proximidade entre os resultados dos métodos já validados pela Matemática formal e o cálculo feito com o modelo utilizado pelos trabalhadores na serraria, e com esses resultados sugerimos um cálculo da média e desvio padrão dos volumes obtidos nas tabelas 1 e 2, trazendo mais possibilidades para uma ação que tinha, inicialmente, apenas a problemática de definir o volume dos troncos.

No cálculo da média dos resultados das tabelas 1 e 2, considerando o mesmo método com e sem a casca, chegamos ao seguinte resultado: Huber: 7.297; Smalian: 5.963,58; Newton: 6.852,42; Serraria: 5.220.

No cálculo da média entre os métodos utilizados chegamos nos seguintes resultados: Média na tabela 1: 5.129,73; média na tabela 2: 7.536,77.

No cálculo do desvio padrão, considerando a média dos volumes entre o mesmo método nas tabelas 1 e 2, chegamos ao seguinte resultado: Huber: 1.436,92, Smalian: 1.166,57; Newton: 1.346,57; Serraria: 611,49.

Comparando a média entre os volumes do tronco, mostrados na tabela 3, com a média entre os métodos, mostrados na figura 4, percebemos que a média mais próxima é a do método Smalian e a mais distante é do método da serraria, enquanto ao comparar desvio padrão percebemos que o método da serraria está mais próximo da média ao calcular com e sem o desconto da casca do tronco, e o método de Huber está mais distante da média. Assim, a cubagem de madeira mostrou grande versatilidade para abordar variados objetos de conhecimento da Matemática escolar.

PALAVRAS FINAIS

Observamos que ao utilizar formas alternativas para ensinar Matemática o aprendizado torna-se mais prazeroso e significativo, além de possibilitar a retomada ou inserção de outros objetos de conhecimentos que são adjacentes àquele que está em evidência. O fortalecimento da confiança e auto estima em busca de caminhos para resolução também foi um ponto positivo observado ao trabalhar a matemática a partir da cubagem de madeira.

Temas da matemática escolar, como conversão de unidade de medidas, área do círculo, elementos de um círculo, relação entre circunferência e diâmetro, arredondamento de casas decimais e volume do cilindro, foram naturalmente desenvolvidos pelos estudantes durante a cubagem da madeira, o contato com a fita métrica e a possibilidade de comparação de resultados, compreensão e desenvolvimento de modelos matemáticos também foram mobilizados nessa prática.

Também observamos que a cubagem de árvores e a cubagem de tora ganham sentidos diferentes na serraria, a árvore “é um vegetal lenhoso cujo porte mede de 5 a metros ou mais²³”, nesse sentido a árvore é o corpo completo do vegetal ao passo que na serraria a tora ou tronco pode ser apenas uma porção menor da árvore.

²³ INOUE, Mario Takao. REISSMANN, Carlos Bruno. Terminologia Dendrológica para as Árvores Nativas do Brasil. *REVISTA FLORESTA*, 1971, p.22. V. 3, N. 1. P. 21 a 28. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.5380/rf.v3i1.5696>. Acesso em: 21 jan. 2024.

Também ganha sentido diferente a forma de cubar a madeira na serraria, na qual utiliza-se modelo matemático próprio dessa comunidade para determinar o volume de um tronco.

A técnica utilizada pelos trabalhadores das serrarias não contradiz outros métodos, e tais comparações proporcionam oportunidades adicionais para aplicar a etnomatemática como uma proposta pedagógica. Dessa forma, este trabalho nos levou a compreender que os saberes envolvidos no processo de cubagem de madeira em serrarias, sob uma ótica da Etnomatemática, representam um campo de estudo com inúmeras potencialidades, tais como identificar os saberes, suas origens, a forma como são transmitidos de geração em geração, suas consequências sociais e econômicas, e muitas outras perspectivas que podem surgir.

REFERÊNCIAS

BIEMBENGUT, Maria Salett. Perspectivas Metodológicas em Educação Matemática: Um Caminho pela Modelagem e Etnomatemática. *Caderno pedagógico*, Lajeado, v. 9, n. 1, p. 27-38, 2012. Disponível em:

http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/deb_nre/modelagem_e_etnomatematica.pdf. Acesso em: 31 jan. 2024.

COUTO, Hilton Thadeu Z. do. BATISTA, João Luís Ferreira. RODRIGUES, Luiz Carlos E. Mensuração e Gerenciamento de Pequenas Florestas. *Documentos Florestais*. Piracicaba, v. 5, p. 1-37, nov.1989. Disponível em:

<https://www.ipef.br/publicacoes/acervohistoricoexterno/DocumentosFlorestaisNumero05.pdf>. Acesso em: 8 fev. 2024.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Etnomatemática: uma proposta pedagógica para a civilização em mudança. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, n. Especial, p. 97-108, 2021.

<https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/download/49180/48951/198839#:~:text=A%20proposta%20pedag%C3%B3gica%20da%20etnomatem%C3%A1tica,culturais%20e%20praticamos%20din%C3%A2mica%20cultural>. Acesso em: 15 fev. 2024.

FERREIRA, Eduardo Sebastiani. Por uma teoria da Etnomatemática. *Bolema*, Rio Claro – SP, v. 6, n. 7, 1991.

INOUE, Mario Takao. REISSMANN, Carlos Bruno. Terminologia Dendrológica para as Árvores Nativas do Brasil. *Revista floresta*, 1971. v. 3, n. 1. p. 21 - 28. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.5380/rf.v3i1.5696>. Acesso em: 21 jan. 2024.

KNIJNIK, Gelsa; WANDERER, Fernanda; GIONGO, Ieda M.; DUARTE, Claudia G. *Etnomatemática em movimento*. Grupo Autêntica, 2019. E-book. ISBN 9788551306505. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788551306505/>. Acesso em: 04 fev. 2024.

MARTINS, Rafael Bida Guabiraba. CALDEIRA, Ademir Donizeti. Etnomatemática e modelagem: da linguagem à insurreição dos saberes. *ReDiPE: Revista Diálogos e Perspectivas em Educação*, Marabá-PA, v. 4, n. 2, p. 33-43, jul.-dez. 2022.

OLIVEIRA, Emerson da Silva. CARVALHO, Túlio Oliveira de. Modelagem Matemática como Ferramenta para Ensinar Geometria no Ensino Médio. *In: Cadernos, P. D. E. Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE*. 2013. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_uel_mat_artigo_emerson_da_silva_oliveira.pdf. Acesso em: 03 fev. 2024.

ROSA, Heitor Achilles Dutra da. Etnomatemática e Modelagem Matemática no Ensino de Matemática para o PROEJA. *In: ESCOLA DE INVERNO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 3., 2012. ENCONTRO NACIONAL PIB-MATEMÁTICA, 1., 2012. *Anais [...]*. Disponível em: http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/Anais/arquivos/CC/CC_Achilles_Heitor.pdf. Acesso em: 12 fev. 2024.

ROSA, Milton. OREY, Daniel C. Alho e Sal: Etnomatemática com Modelagem! *Perspectivas da Educação Matemática*, Campo Grande, MS, v. 2, n. 4, v. 3 n. 5, p. 149-162, jul./dez. 2009 - jan./jun. 2010. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/download/2778/2109>. Acesso em: 12 fev. 2024.

ROSA, Milton. OREY, Daniel C. Vinho e Queijo: Etnomatemática e Modelagem. *Bolema*, Rio Claro – SP, v. 16, n. 20, set. 2003. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10541>. Acesso em: 12 fev. 2024.

SANTOS, Raphael Peres Correia dos. SACHS, Línlya. Etnomatemática E Modelagem Matemática: Uma Busca Por Relações. *In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*. 13., 2016, São Paulo. *Anais [...]*. São Paulo, 2016. p. 1-10. Disponível em: http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/5330_2941_ID.pdf Acesso em: 12 fev. 2024.

SILVA, José Antônio Aleixo. NETO, Francisco de Paula. Princípios Básicos da Dendrometria. *Imprensa Universitária da UFRPE*. Recife, 1979. Disponível em: https://esalqlastrop.com.br/img/aulas/24_principios_dendrometria.pdf. Acesso em: 8 fev. 2024.